Вкупна должина на допирот кај цилиндричните запчести парови

1. Вовед

Точната вредност на напрегањата од површински притисок, како и во коренот на забецот кај цилиндричните запчести парови со прави и коси запци, зависи од точната вредност на ефективната (вкупна) должина на допирот $\boldsymbol{b_{ef}}$ на сите моментно спрегнати парови од запци, при:

$b_{ef} = l_z = \dfrac{b}{Z_\varepsilon^2}$ каде што, според ***DIN 3990***, вредноста на факторот на спрегнување $\boldsymbol{Z_e^2}$ се пресметува според емпириската формула

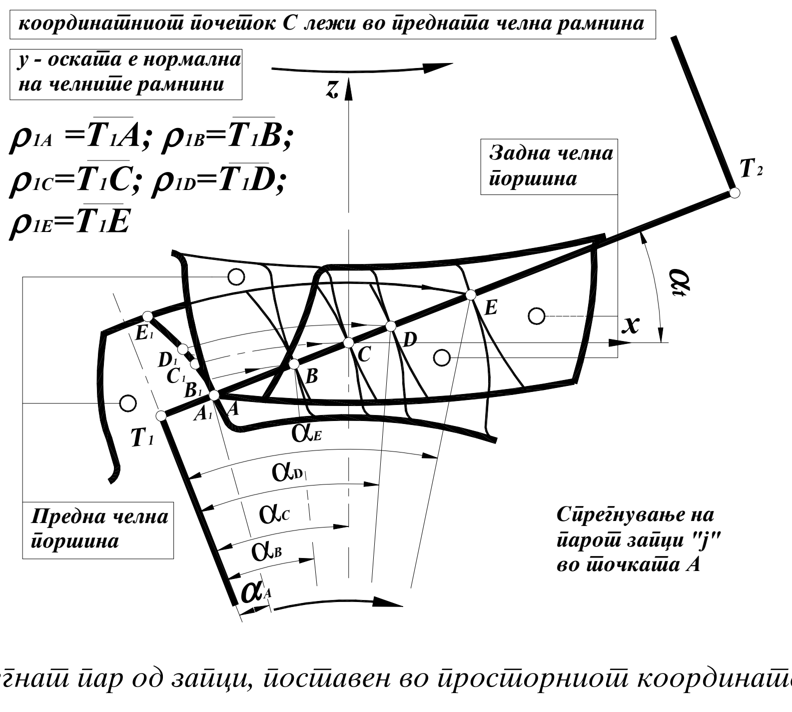
$$Z_\varepsilon^2 = \frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}\,(1-\varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}$$

што дава точни резултати само за целобројни вредности на степенот на спрегнување на бочните линии $\boldsymbol{\varepsilon_\beta}$, додека за други, произволни, вредности ($\boldsymbol{\varepsilon_\beta} \neq \boldsymbol{n}$),вредноста на збирната (вкупна) должина на допир $\boldsymbol{b_{ef}} = \boldsymbol{l_z}$ е неточна; за некои вредности на $\boldsymbol{\varepsilon_\beta}$ е поголема, а за други помала од вистинската вредност. Ова значи дека и вредноста на напонот е точно пресметана само кога степенот на спрегнување на бочните линии има целобројна вредност ($\boldsymbol{\varepsilon_\beta} = \boldsymbol{n}$).

2. Спрегнување во карактеристичните точки на допирницата

Дефиниција:

*Ако профилите на спрегнатиот пар запци **"j"** во предната челна рамнина се допираат во точката **"i" (A, B, D** или **E)**, велиме дека е остварено спрегнување во точката **"i"**.*



Сл. 1. Спрегнат пар од запци, поставен во просторниот координатен систем

2.1. Координати на карактеристичните точки од спрегата, во однос на дефинираниот координатен систем

За апсцисата на допирните точки, според прикажаното на ***Сл. 1*** може да се напише:

$$X_i = r_i \sin(\alpha_i - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_i = (\rho_{1i} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

или конкретно:

$$X_A = r_A \sin(\alpha_A - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_A = (\rho_{1A} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

$$X_B = r_B \sin(\alpha_B - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_B = (\rho_{1B} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

$$X_C = r_C \sin(\alpha_C - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_C = (\rho_{1C} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

$$X_D = r_D \sin(\alpha_D - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_D = (\rho_{1D} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

$$X_E = r_E \sin(\alpha_E - \alpha_t) \quad \text{или} \quad X_E = (\rho_{1E} - \rho_{1C}) \cos\alpha_t$$

а за апликатите на истите:

$$Z_i = r_i \cos(\alpha_i - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_i = (\rho_{1i} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

$$Z_A = r_A \cos(\alpha_A - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_A = (\rho_{1A} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

$$Z_B = r_B \cos(\alpha_B - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_B = (\rho_{1B} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

$$Z_C = r_C \cos(\alpha_C - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_C = (\rho_{1C} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

$$Z_D = r_D \cos(\alpha_D - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_D = (\rho_{1D} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

$$Z_E = r_E \cos(\alpha_E - \alpha_t) - r_C \quad \text{или} \quad Z_E = (\rho_{1E} - \rho_{1C}) \sin\alpha_t$$

Според прикажаното на ***Сл. 2***, за ординатата на допирните дочки важи следниот израз

$$Y_i = \varepsilon_{\beta i}\, p_x$$

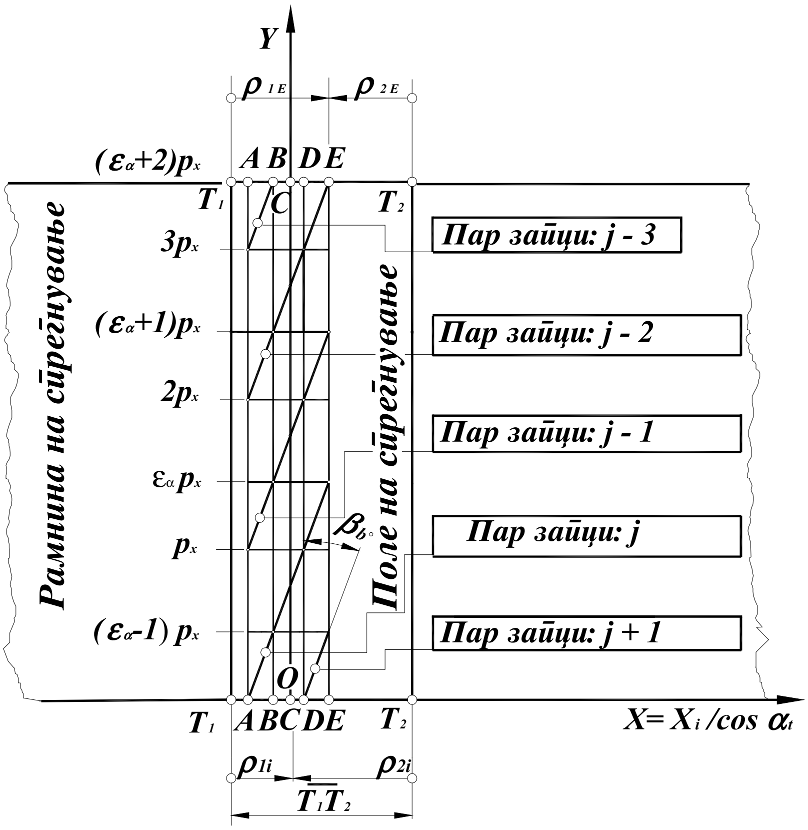
или конкретно:

$$Y_A = \varepsilon_{\beta A}\, p_x = 0 \cdot p_x = 0 \;\;,\;\; Y_B = \varepsilon_{\beta B}\, p_x = (\varepsilon_\alpha - 1) \;,\; Y_C = \varepsilon_{\beta C}\, p_x \;,$$

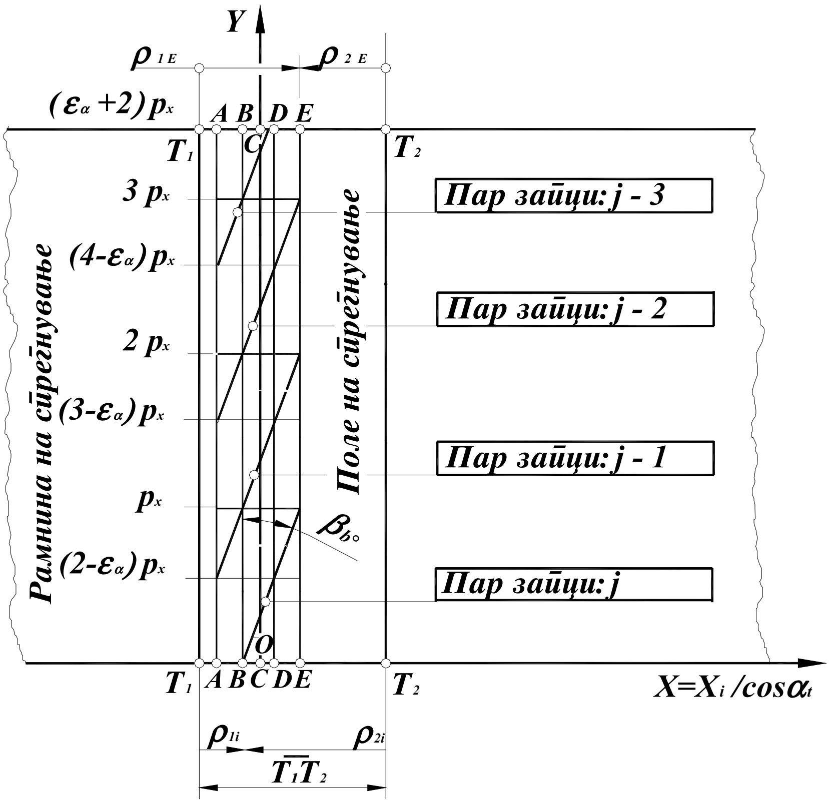
$$Y_D = \varepsilon_{\beta D}\, p_x = 1 \cdot p_x \;\; \text{и} \;\; Y_E = \varepsilon_{\beta E}\, p_x = \varepsilon_\alpha\, p_x$$

3. Поле на спрегнување

На ***Сл.2*** е прикажано полето на спрегнување за паротзапци ***“j”*** во почетната точка од спрегата ***“A”***, а на ***Сл.3*** спрегнување на истиот пар од запци во точката ***“B”***.



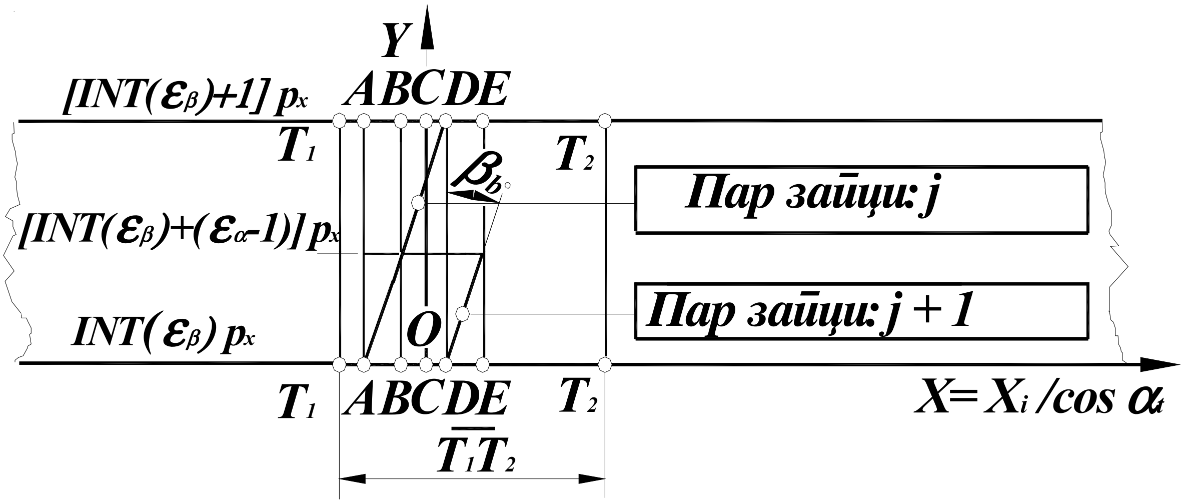
Сл. 2. Спрегнување на паровите забци ***"j"*** *во точката* ***"A"*** *или* ***"j +1"*** *во* ***"D"***



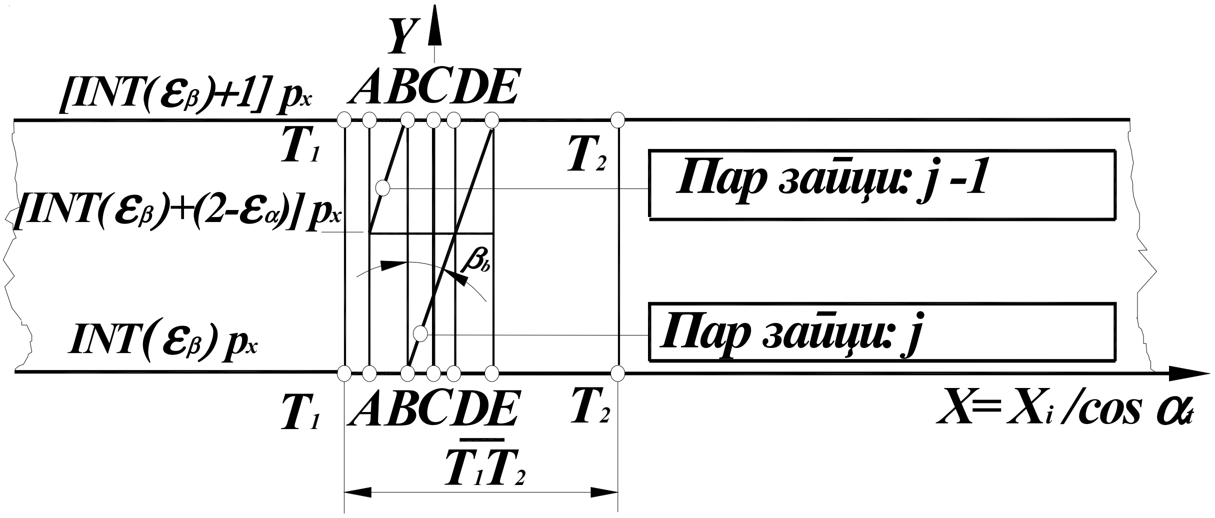
Сл. 3. Спрегнување на паровите забци ***"j"*** *во точката* ***"B"*** *или* ***"j +1"*** *во* ***"E"***

3.1. Воопштено поле на спрегнување

Со анализа на последните две слики, се гледа дека вкупното поле на спрегнување, всушност, претставува повторување на полето на спрегнување за $0 < \varepsilon_\beta = 1$, па, со оглед на тоа може да се нацрта воопштено поле на спрегнување за $\varepsilon_\beta > 0$, така како што е прикажано на сликите ***4*** и ***5***, за спрегнување во ***A***, односно ***B*** .



Сл. 4. Воопштено поле на спрегнување на парот запци “j” во точката “A”



Сл. 5. Воопштено поле на спрегнување на парот запци “j” во точката “B”

Очигледно е од последните слики дека, за произволна вредност на степенот на спрегнување на бочните линии $\varepsilon_\beta > 0$, за спрегнување во ***A*** и ***D*** се добива максимална вредност на збирната должина на допирот - $\boldsymbol{max\ l_z}$, а за спрегнување во ***B*** и ***E*** се добива минималната должина на допирот - $\boldsymbol{min\ l_z}$ од сите парови запци што учествуваат во спрегнувањето.

4. Збирна должина на допирот - l_z

4.1. $\varepsilon_\beta = 1$

Од ***Сл. 4,*** максималната збирна должина на допирот на двата спрегнати парови запци изнесува:

$$\max l_z^{\varepsilon_\beta=1} = (1+\varepsilon_\alpha - 1)\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = \varepsilon_a \cdot \frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

а од ***Сл. 5,*** минималната збирна должина на допирот на двата спрегнати парови запци изнесува:

$$\min l_z^{\varepsilon_\beta=1} = (1-2+\varepsilon_\alpha + 1)\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = \varepsilon_a \cdot \frac{p_x}{\cos\beta_b} = \max l_z^{\varepsilon_\beta=1} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

4.2. $\varepsilon_\beta \neq 1$

4.2.1. ε_β-INT(ε_β) < ε_α- 1, се добива:

$$\max l_z = [INT\,\varepsilon_\beta \cdot \max\ \varepsilon_{\beta z}^{\varepsilon_\beta=1} + 2\,(\varepsilon_\beta - INT\,\varepsilon_\beta)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b}$$

т.е.

$$\max l_z = [2\,\varepsilon_\beta - INT\varepsilon_\beta\,(2-\varepsilon_\alpha)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(3) или 1.56 од [1]}}$$

4.2.2. ε_β-INT(ε_β) > ε_α- 1, се добива

$$\max l_z = [INT\ \varepsilon_\beta \cdot \max\ \varepsilon_{\beta z}^{\varepsilon_\beta=1} + \varepsilon_\beta - INT\,\varepsilon_\beta + \varepsilon_\alpha - 1]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b}$$

т.е.

$$\max l_z = [\varepsilon_\beta + (\varepsilon_\alpha - 1)\,(1+INT\ \varepsilon_\beta)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(4) или 1.57 од [1]}}$$

и

4.2.3. ε_β-INT(ε_β) < 2 - ε_α, се добива:

$$\min l_z = [INT\,\varepsilon_\beta \cdot \min l_z^{\varepsilon_\beta=1} + \varepsilon_\beta - INT\,\varepsilon_\beta]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b}$$

т.е.

$$\min l_z = [\varepsilon_\beta + INT\,\varepsilon_\beta\ (\varepsilon_\alpha\ - 1)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(5) или 1.58 од [1]}}$$

4.2.4. ε_β-INT(ε_β) > 2 -ε_α, се добива

$$\min l_z = [INT\,\varepsilon_\beta \cdot l_z^{\varepsilon_\beta=1} + \varepsilon_\beta - INT\,\varepsilon_\beta + \varepsilon_\beta - INT\,\varepsilon_\beta - (2-\varepsilon_\alpha)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b}$$

т.е.

$$\min l_z = [2\,\varepsilon_\beta - (2-\varepsilon_\alpha)\,(INT\,\varepsilon_\beta + 1)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(6) или 1.59 од [1]}}$$

5. Збирна должина на допирот за специфични запчести парови

Под поимот "***специфични***" се подразбираат запчести парови со специфични вредности на степенот на спрегнување на профилот ε_α и на бочните линии ε_β.

5.1. $\boldsymbol{\varepsilon_\beta = n}$ ***(n = 1,2,3…n)***

Во ваков случај критериумот

$\varepsilon_\beta - INT\ \varepsilon_\beta = n - n = 0 < \varepsilon_\alpha - 1$, па во однос на максималната збирна должина на допирот, за спрегнување во почетната точка од спрегата ***A*** и ***D*** важи изразот ***(3)***, од каде се добива

$$\max l_z = [2\,n - n(2-\varepsilon_\alpha)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = n\cdot\varepsilon_\alpha\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \tag{7}$$

при што за $n = 1 = \varepsilon_\beta$ се добива познатиот израз ***(1)***.

Во ваков случај критериумот

$\varepsilon_\beta - INT\ \varepsilon_\beta = n - n = 0 < 2 - \varepsilon_\alpha$, па во однос на минималната збирна должина на допирот, за спрегнување во точките ***B*** и ***E*** важи изразот ***(5)***, од каде се добива

$$\min l_z = [n + n(\varepsilon_\alpha - 1)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = n\,\varepsilon_\alpha\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = \max l_z \tag{8}$$

при што за $n = 1 = \varepsilon_\beta$, исто така, се добива познатиот израз ***(2)***.

5.2. $\boldsymbol{\varepsilon_\alpha = 1{,}5}$

Во овој случај $\varepsilon_\alpha - 1 = 0{,}5 = 2 - \varepsilon_\alpha$

па за $\varepsilon_\beta - INT(\varepsilon_\beta) < \varepsilon_\alpha - 1 = 0{,}5$ од ***(3)*** се добива:

$$\max l_z = [2\,\varepsilon_\beta - 0{,}5\cdot INT\ \varepsilon_\beta]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \tag{9}$$

и за $\varepsilon_\beta - INT(\varepsilon_\beta) < 2 - \varepsilon_\alpha = 0{,}5$ од ***(5)*** се добива:

$$\min l_z = [\varepsilon_\beta + INT\ \varepsilon_\beta\cdot 0{,}5]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} = 1{,}5\,\varepsilon_\beta\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \tag{10}$$

За $\varepsilon_\beta - INT(\varepsilon_\beta) > \varepsilon_\alpha - 1 = 0{,}5$

од ***(4)*** следува

$$\max l_z = [\varepsilon_\beta + 0{,}5\cdot(INT\ \varepsilon_\beta + 1)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \tag{11}$$

и од ***(6)*** се добива

$$\min l_z = [2\varepsilon_\beta - (INT\ \varepsilon_\beta + 0{,}5)]\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \tag{12}$$

5.3. $\boldsymbol{\varepsilon_\alpha = 1{,}5}$ ***и*** $\boldsymbol{\varepsilon_\beta = n}$

Во овој случај исполнет е условот $\varepsilon_\beta - INT(\varepsilon_\beta) = n - n = 0 < 0{,}5 = \varepsilon_\alpha - 1 = 1{,}5 - 1$ па затоа, од ***(9)*** се добива:

$$\max l_z = [2n - 0,5 \cdot n]\frac{p_x}{\cos\beta_b} = 1,5\,n\,\frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(13)}}$$

а бидејќи и условот ε_β *-INT*(ε_β) = $n - n = 0 < 0,5 = 2 - 1,5 = 2 - \varepsilon_\alpha$ од ***(10)*** се добива:

$$\min l_z = [n + n \cdot 0,5]\frac{p_x}{\cos\beta_b} = 1,5\,n\frac{p_x}{\cos\beta_b} = \max l_z \qquad \textbf{\textit{(14)}}$$

5.4. $\varepsilon_\alpha = 1,5$ и $\varepsilon_\beta = 1$

Ако во ***(13)*** се замени ***n*** со ***1*** се добива:

$$\max l_z = [2 \cdot 1 - 0,5 \cdot 1]\frac{p_x}{\cos\beta_b} = 1,5 \cdot \frac{p_x}{\cos\beta_b} \qquad \textbf{\textit{(15)}}$$

а пак, ако во ***(14)*** се замени ***n = 1*** се добива

$$\min l_z = [1 + 1 \cdot 0,5]\frac{p_x}{\cos\beta_b} = 1,5 \cdot \frac{p_x}{\cos\beta_b} = \max l_z \qquad \textbf{\textit{(16)}}$$

6. Заклучок

Во јакосните пресметки, секаде е меродавна максималната вредност на напонот која пак, е зависна од минималната површина на допирот, што во случајот на јакостните пресметки на цилиндричните запчести парови се сведува на пресметка на минималната збирна должина на допирот – ***min*** l_z.

Резултатите од оваа студија што се однесуваат на јакостните пресметки на ц илиндрични запчести парови со коси запци, дефинирани со стандардниот модул ***m***, бројот на запци на погонскиот и гонетиот запченик z_1 и z_2, како и со аголот на закосување на запците β, неминовно наведуваат на следните заклучоци и препораки:

1. Важечката формула според ***DIN 3990*** за пресметка на ефективната должина на допирот b_{ef} да се замени со еден од наведените изрази за минималната должина на допирот ***min*** l_z, во зависност од потребната вредност на степенот на спрегнување на бочните линии ε_β.

2. Во интерес на мирна и тивка работа на запчениците сепрепорачува избор на целобројни вредности на степенот на спрегнување на бочните линии $\varepsilon_\beta = n$ (1, 2,3 и тн.), што се совпаѓа и со препораките на ***DIN 3990***. Во овој случај максималната збирна должина на допирот ***max*** l_z е еднаква со минималната вредност ***min*** l_z, што разултира со константен (непроменлив) напон во текот на спрегата.

3. Степенот на спрегнување на профилите да се нагоди на вредност $\varepsilon_\alpha = 1,5$, што доведува до упростување на пресметката.

7. Литература

1. Климент Тримчевски: "Влијание на релативниот радиус на кривините и на должината на допирните линии врз цврстината на боковите на запците за $\beta > 0$" – докторска дисертација Скопје 1990 година.