



ВИБРАЦИИ ВО МАШИНСТВОТО

2. СЛОБОДНИ ОСЦИЛАЦИИ

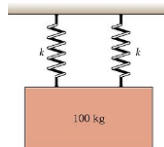
наставник: Проф. д-р Виктор Гаврилоски



ПРИМЕР 1:

За системот прикажан на сликата, под претпоставка дека движењето е само вертикално да се определи:

- равенката на движење користејќи ја Лагранжовата р-ка од втор ред,
- сопствената фреквенција на системот ако $m=100$ kg, и секоја пружина има крутост $k=200$ kN/m
- максималното забрзување на масата ако почетното поместување било 0.1m под рамнотежната положба и телото било пуштено со почетна брзина 0.3m/s насочена надолу.



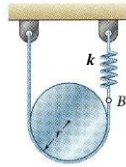
РЕШЕНИЕ:



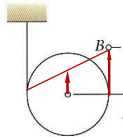
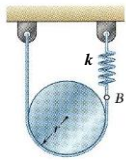
ПРИМЕР 2:

Цилиндар со радиус r и маса M е везан како што е прикажано на сликата. Да се определи:

- а) равенката на движење користејќи ја Лагранжовата r -ка од втор ред,
- б) сопствената фреквенција на системот
- в) Периодот на осцилации на цилиндарот.



РЕШЕНИЕ:



$$\ddot{\theta} + \frac{8k}{3m}\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{8k}{3m}}$$

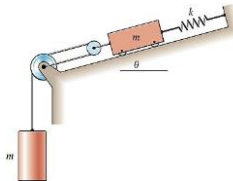
$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{3m}{8k}}$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8k}{3m}}$$

ПРИМЕР 3:

За системот прикажан на сликата да се определи:

- а) равенката на движење користејќи ја Лагранжовата r -ка од втор ред,
- б) сопствената фреквенција на системот ако сакоја маса е $m=5$ kg и пружината има крутост $k=325$ N/m
- в) максималното забрзување на вертикалното тело ако почетното поместување било 0.1 m под рамнотежната положба и телото било пуштено без почетна брзина.

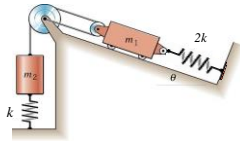


РЕШЕНИЕ:

ПРИМЕР 4:

За системот прикажан на сликата да се определи:

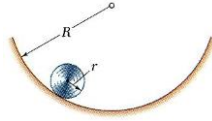
- а) равенката на движење користејќи ја Лагранжовата р-ка од втор ред,
- б) сопствената фреквенција на системот ако $m_1 = 6 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $k = 200 \text{ N/m}$
- в) максималното забрзување на вертикалното тело ако почетното поместување било 0.1 m под рамнотежната положба и телото било пуштено без почетна брзина.



РЕШЕНИЕ:

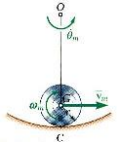
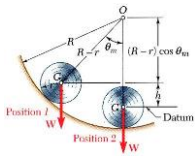
ПРИМЕР 5:

Цилиндар со радиус r и маса m се движи по крива површина со радиус R без пролизување. Ако се занемарат силите на триење, да се определи:



- а) равенката на движење користејќи ја Лагранжовата r -ка од втор ред,
- б) сопствената фреквенција на системот за мали осцилации,
- в) периодот на мали осцилации на цилиндарот.

РЕШЕНИЕ:

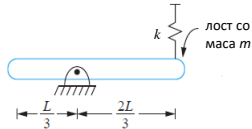


$$\omega_n^2 = \frac{2}{3} \frac{g}{R-r}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}$$

ПРИМЕР 6:

Лост со маса m и должина L слободно може да ротира околу неподвижното лежиште, а е поврзан со пружина со крутост k за едниот крај. Ако рамнотежната положба е хоризонтална, да се определи:

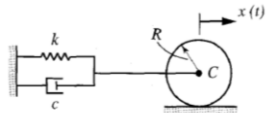


- а) равенката на движење користејќи ја Лагранжовата r -ка од втор ред,
- б) сопствената фреквенција на системот,
- в) периодот на мали осцилации

РЕШЕНИЕ:

ПРИМЕР 7:

За системот прикажан на сликата да се пресмета фреквенцијата на придрушени осцилации ако: $m = 1750 \text{ kg}$; $c = 3500 \text{ N s/m}$; $k = 735 \text{ N/m}$; $R = 1,25 \text{ m}$. Исто така да се определи вредноста на критичното придрушување.

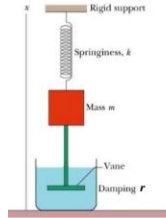


РЕШЕНИЕ:

ПРИМЕР 8:

За доленаведената задача да се определат бараните големини и да се објани начинот на доаѓање до решението.

- For the damped oscillator shown,
 $m = 250 \text{ g}$, $k = 85 \text{ N m}^{-1}$, and
 $r = 0.070 \text{ kg s}^{-1}$.
- What is the period of the motion?
 - How long does it take for the amplitude of the damped oscillation to drop to half of its initial value?
 - How long does it take for the mechanical energy to drop to one half its initial value.



- (a) Period is approximately that of undamped oscillator:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.25}{85}} = 0.34 \text{ s}$$

- (b) Amplitude of oscillation: $Ae^{-rt/2m} = 0.5A$

$$\ln(e^{-rt/2m}) = -rt/2m = \ln 0.5$$

$$t = \frac{-2m \ln 0.5}{r} = \frac{-2 \times 0.25 \times (-0.6931)}{0.070} = 4.95 \text{ s}$$

- (c) Mechanical energy at time t is $\frac{1}{2}kA^2e^{-rt/m}$

$$\frac{1}{2}kA^2e^{-rt/m} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$$

$$\therefore \frac{-rt}{m} = \ln \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-m \ln \frac{1}{2}}{r} = \frac{-(0.25)(-0.6931)}{0.070} = 2.48 \text{ s}$$